

Connaissances et pensées Mathématiques des Hébreux

Par Yakov Claude Gugenheim

A la mémoire de mes parents

Elihahou fils de Miriam

Et Djamila fille de Jacob

Table des Matières

- 1) la valeur de π dans la Bible**
- 2) Surface du cercle dans le Talmud**
- 3) L'irrationnel $\sqrt{2}$ dans le Talmud de Jérusalem**
- 4) Décroissance Exponentielle**
- 5) Factorielle, Arrangements et permutations**
- 6) Logique floue**
- 7) le nombre d'Or, nombre d'Amour en Hébreu**
- 8) Calculs astronomiques: l'énigme du calendrier hébraïque**
- 9) La notion d'Infini**
- 10) Structures Fractales**
- Conclusion**

Les merveilleuses connaissances mathématiques éparses dans la Bible, le Talmud et la Mystique juive semblent ignorées hors d'Israël et pourtant le Judaïsme a apporté il y a plus de 2000 ans des solutions à de nombreux problèmes concrets posés par la Halakha (Loi juive) et des réflexions d'une profondeur de pensée innovatrice et même très actuelle.

1) Commençons par **la valeur de π dans la Bible** ,980 ans avant l'ère C.

Pour comprendre la suite il faut savoir que chaque lettre des 22 consonnes de l'alphabet hébraïque possède une valeur numérique en fonction de sa position dans l'alphabet (Il est donc inutile d'avoir des chiffres et des lettres, les lettres suffisent à tout exprimer).

Aleph 1	Youd 10	Kouf 100
Bèt 2	Khaf 20	Rèch 200
Guimel 3	Lamed 30	Chine 300
Dalèt 4	Mèm 40	Tav 400
Hé 5	Noun 50	
Vav 6	Samè'h 60	Eleph 1000
Zaïn 7	'Aïn 70	
'Hèt 8	Pé 80	
Tèt 9	Tsadé 90	

Voici la description du grand bassin circulaire du premier Temple de Jérusalem:

מלכים א, (ז, כג) : ויעש את הים מוצק עשר באמה משפתו עד שפתו עגול סביב
 וחמש באמה קומתו וקוה שלושים באמה יסוב אותו סביב

"Et Il (Salomon) fit la YAM=MER (le grand bassin) en fonte, dix coudées d'un bord à l'autre, circulaire, cinq coudées de haut ; une ligne ("Kavo") de 30 coudées mesure son pourtour". Rois 1,chap 7,verset 23

Il semblerait donc à première vue que le rapport entre la circonférence ("Kavo") 30 et le diamètre 10 soit 3 ce qui n'est pas extraordinaire.

Mais dans toutes les Bibles en Hébreu il y a une correction dans la marge. Cette correction dit que si le "Ktiv"=l'écrit est Kouf-Vav-Hé (Valeur numérique 100+6+5=111) ,la lecture "Kri" doit être Kouf-Vav (Valeur numérique 100 +6=106) .

La correction à apporter est donc 111/106 et

$$\pi = 3. (111/106) = 3.1415$$

Ce qui est extraordinairement précis pour l'époque du premier Temple construit 400 ans avant sa destruction en -586, soit –986 ans c.à.d. il y a près de 3000 ans !.

Nous sommes donc **740 ans avant Archimède** qui n'arrivera qu'à la définition très approximative de $\pi=3.1428=22/7$

Pourtant, les historiens des mathématiques, ne connaissant pas l'hébreu, ignorent la correction du texte biblique et attribuent toute la gloire à Archimède alors que les prophètes témoignent "qu'il n'y eu et qu'il n'y aura de savant comme le Roi Salomon".

Les juifs n'ayant jamais cherché la puissance que donne la Science et la technologie mais seulement recherché la connaissance de la Vérité pour l'application des préceptes divins comme "peuple de Prêtres", ont gardé leurs connaissances protégées par la barrière de leur langue. Il y a de nombreux exemples de ce type en particulier de prodigieuses connaissances astronomiques nécessaires à la fixation des fêtes que je citerai plus loin.

Réflexion sur l'infinitude de π et du cercle.

Il est intéressant de constater à propos du nombre π , qui a fasciné les peuples par sa transcendance, que le cercle en tant que figure a toujours été le **symbole de l'infini** comme le nombre π en tant que nombre est infini dans son développement en fraction continue (les quotients partiels a_k étant une suite infinie sans périodicité, preuve de transcendance (voir § 8) or un des noms de D. (l'Infini) est formé en hébreu des 3 lettres **chin- dalet- youd** dont les valeurs (voir tableau) donnent justement **314**. *(c'est ce nom qui figure sur toutes les portes des maisons juives)*

2) Surface du cercle dans le Talmud (1^{er} sciecle)

Dans le traité Souka qui traite de la cachierout des "cabanes"(Souka) page 8 au recto, on traite de la Souka circulaire .Après avoir rappelé que si le diamètre du cercle est "Tefah" (paume de main, car les mesures sont toujours humaines dans le Judaïsme) une corde qui l'entoure a pour longueur 3 Tefah, on propose une intéressante méthode pour calculer la surface du cercle :



- Remplir le cercle de cordes enroulées
- Couper suivant un rayon
- Déployer les cordes créant ainsi un triangle rectangle de cotés de longueurs $(\pi.2.R)$ et R
- Compléter le rectangle et diviser par 2 la surface obtenue

$$\text{Donc } S = (\pi.2.R).R/2 = \pi.R^2$$

Et on conclue pour la comparaison de la Souka circulaire à la souka carrée de surface minimum cachère (notre sujet)

מחובע יותר על העיגול רביע

"Le Carré qui entoure le cercle a 1/4 de surface en plus"

En effet surface du carré moins surface du cercle = $D^2 - \pi \cdot D^2/4 \sim D^2 \cdot 1/4$.

En tout cas n'est ce pas que la méthode est pédagogiquement géniale ?

3) L'irrationnel $\sqrt{2}$ dans le Talmud de Jérusalem.

Dans le traité "Irouvin 2,5" du Talmud de Jérusalem (140 ans avant le Talmud de l'exil à Babylone) page 16 verso, on cherche le coté d'un champ carré de surface connue 5000 coudées-carré.

Le sage Shmuel corrige la Mishna qui donnait "70 coudées et des restes" et dit que le reste doit être "2/3 de coudée et quelque chose de léger" .

Nous avons donc $70 + 2/3 = \sqrt{5000} = \sqrt{2500 \cdot 2} = 50 \cdot \sqrt{2}$

$$\text{Donc } \sqrt{2} = (70 + 2/3) / 50 = 212/150 = 1.413$$

Dans le Talmud de Babylone on trouve couramment pour la diagonale du carré la valeur $1 + 2/5 = 1.4$, mais les Sages français des Tossefot (plus près de nous après Rachi) disent que pour de grandes valeurs il faut prendre

$$\sqrt{2} = 1 + 2/5 + 1/70 = 1.4142$$

Cette partie et la suivante (3-4) sont traduites du livre de Rachel Rozenbaum

רחל רוזנבוים, "חכמת התשבורת", מוסד הרב קוק

4) Décroissance Exponentielle

On trouve le même type de problème de non-linéarité en différents endroits du Talmud. Nous en citerons deux:

a) Dans Nedarim page 39 verso on trouve l'intéressant problème

כל המבקר חולה - נוטל אחד מששים בצערו.

"Tout homme qui visite un malade lui enlève 1/60 de sa détresse"

On propose donc que 60 personnes le visitent pour lui enlever sa maladie et on répond Non ! Et on nous renvoie à un autre endroit où la méthode numérique est donnée :

b) Dans le Talmud de Jérusalem Ketovot, le problème est le suivant:

שהיו עשר נקיבות אם נטלה הראשונה עישור נכסים והשנייה עישור נכסין והשלישית והרביעית והחמישית עד לעשירית כן לא נשתייר לבן כלום אמר להן הראשונה נוטלת עישור נכסין ויוצאה והשנייה נוטלת עישור נכסים מן המשתייר והשלישית מן המשתייר והרביעית מן המשתייר עד עשירית מן המשתייר נמצאו הבנות נוטלות תרין חולקין פרא ציבחר והבן נוטל חד חולק ואוף ציבחר

Dix filles et un garçon doivent se partager les biens du père de façon à pouvoir se marier.

Si la première fille prends 1/10, la deuxième aussi et ainsi de suite jusqu'à la dixième il ne restera rien pour le garçon .Rabi leur a dit: la première fille prends 1/10 et sort, la deuxième prends 1/10 de ce qui reste et la troisième de ce qu'il restera et ainsi jusqu'à la dixième il s'en suit que les filles ont pris un peu moins que 2/3 et le garçon un peu plus de 1/3.

Calcul 1:

Après la première fille il reste $(1-1/10)$ des biens du père= $9/10$

La deuxième prends 1/10 des 9/10 ,il reste donc $(1-1/10)$ de $9/10 = (9/10)^2$

Et ainsi de suite jusqu'à la dixième, il reste donc $(9/10)^{10} = 0.348 = 1/3 + \text{un peu}$

Les filles ayant prises $1-0.348=0.652=2/3 - \text{un peu}$, exactement comme dit Rabi .

Revenons au problème du malade soulagé par ses visiteurs.

Calcul 2:

Le premier visiteur prend 1/60 de la maladie il reste donc 59/60. Chaque visiteur prenant 1/60 du précédent reste, il restera après chaque visite 59/60 du reste précédent .On a donc $(59/60)$ multiplié par lui-même 60 fois c.à.d. $(59/60)^{60} = 0.364$ et non zéro.

5) Factorielle, Arrangements et permutations

D'après la Kabbalah le monde a été créé par les combinaisons des 22 lettres hébraïques.

"Comme l'écrit Rabi Itzak Louria (Le Ari ,en +1540), même le minéral comme la pierre ,la terre et l'eau ont une vitalité ("Nefech") spirituelle du fait que les lettres de la Parole (des dix Paroles de la Genèse) les créent et les maintiennent en existence à partir du Néant d'avant les six jours ,et bien que le mot "pierre" ne soit pas dit explicitement dans les 10 Paroles de la Torah, son existence est tirée des **combinaisons et des permutations des lettres des 231 "portes" directes et inverses** comme c'est écrit dans le Sefer Yetsira "

continuons la citation du Tania (Chaar Ha Yhoud vé Ha Emouna,chap 1)

"Ainsi pour toute chose créée son nom dans la langue sainte provient des lettres de la Parole qui descendent de degrés en degrés par combinaisons et permutations des 231 "portes" jusqu'à ce qu'elles se revêtent en lui pour la faire exister car la Vitalité des dix Paroles est trop forte .." .Le sefer Tania date de +1799 .

Le point le plus intéressant est que **Le Sefer Yetsira, qui est attribué à Abraham (- 4000 ans),** écrit pour les mots de 7 lettres:

"sept pierres construisent 5040 maisons" ,

Exact $7! = 7.6.5.4.3.2.1 = 5040$ constructions ("maisons") de 7 lettres.

cité dans Tania Igueret Ha Kodech, (chap 5,page kouf hèth) .

- **Quant aux "231 portes"** il explique que pour former des mots de deux lettres (Ex: Aleph, Bèt), appelés "portes", comme Ab=père ou Ba=venu, tu as 22 choix pour la première lettre et 21 pour la seconde donc $22.21=462$ possibilités d'arrangements

donc 231 "portes" directes (comme Ab) et **231 inverses** (comme Ba=venu).

Sagesse d'il ya 6000 ans !

6) Logique floue

Dans la section Nedarim (page 68, recto) du Talmud on analyse les degrés d'engagements d'un homme par sa parole, La Torah interdisant de profaner sa propre parole. Cette profanation fait l'objet d'une punition. Un cas traité est celui d'une jeune fille non pubère et donc sous la responsabilité de son père mais qui est déjà fiancée et donc aussi sous la responsabilité de son futur mari. Cette double dépendance est analysée par nos sages sachant que la Torah donne au père et au mari la possibilité d'annuler les vœux de la jeune fille à condition qu'ils en aient eu connaissance et que le jour même ils manifestent leur désapprobation.

Que se passe-t-il si la jeune fille a fait le vœu de ne pas manger d'olives et qu'elle a mangé les deux olives qui se trouvaient devant elle alors que son fiancé avait annulé seul (sans le père) ce vœu?.

Si l'on dit qu'il a ainsi **fractionné** l'interdit en deux, il n'y a pas d'interdit sur la première olive mais elle sera coupable à 100% sur la deuxième et donc punie.

Si l'on dit que par son annulation du vœu le fiancé a simplement **affaiblit**

La totalité du vœu il n'y a plus de force à l'interdit pour la punir même lorsqu'elle a mangé les deux olives.

Est-ce qu'une olive est à 100% permise (par le fiancé) et l'autre à 0%, ou quelle que soit l'olive l'interdit et la permission sont intriqués ?

Cette question est importante dans le cas de 4 olives: suivant un Sage (le R'an) lorsqu'elle mangera 2 olives il restera un doute car elle a peut être mangé la partie permise et elle ne transgressera sa parole que pour 3, tandis que suivant le Rachba à chaque olive il y a intrication de l'interdit et du permis donc dès qu'elle mangera 2 olives elle a transgressé et doit être punie. Dans notre langage actuel s'agit-il d'une logique Booléenne 0-1 ou bien d'une logique floue où la fonction de l'interdit est répartie sur toutes les olives et est devenue 50% par l'annulation de la part du fiancé.

7) le nombre d'Or, nombre d'Amour en Hébreu

On attribue le nombre d'Or à Leonard Fibonacci (1175-1280).

Ce nombre a des propriétés mathématiques et géométriques fascinantes. On l'obtient de la façon suivante:

On forme la suite infinie 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89, 144...

Dont la loi de formation est $a_{n+1}=a_n + a_{n-1}$ (1)

Et on calcule la limite de $a_{n+1}/a_n = (1+\sqrt{5})/2 = \underline{1.618..}$ (noté Φ)

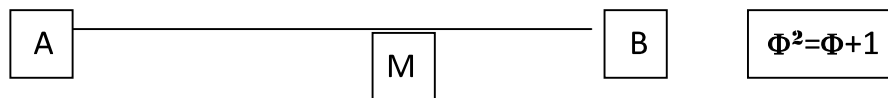
Remarque: En posant $a_n = a \cdot q^n$, la loi de formation (1) donne:

$a \cdot q^{n+1} = a \cdot q^n + a \cdot q^{n-1}$ soit en simplifiant par $a \cdot q^{n-1}$ on a l'équation(2)

$q^2 = q + 1$ dont la solution positive est le nombre d'Or= $\underline{(1+\sqrt{5})/2}$.

(Son origine la plus simple est le partage du segment AB par M tel que:

$MA(\text{grand})/MB(\text{petit}) = AB(\text{Tout})/MA(\text{grand}) = \Phi$; $MA+MB=AB$; $1+1/\Phi=\Phi$)



Nous proposons maintenant quatre réflexions:

Reflexion 1: La loi de formation de la série est contenue dans le mot hébreu Ahava (=Amour).

Tout est dans la loi de formation (1) de la série, or, dans la Kabale on appelle ce nombre "mispar Ahava"="Nombre d'Amour".

Stupéfiant, le mot Amour = אהבה en Hébreu donne lui-même la loi de formation: א=1 , ב=2 , א + ב = 3 , ה=5 , אהב=8 , אהבה=13

En fournissant les 7 premiers termes de la série ! (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13)

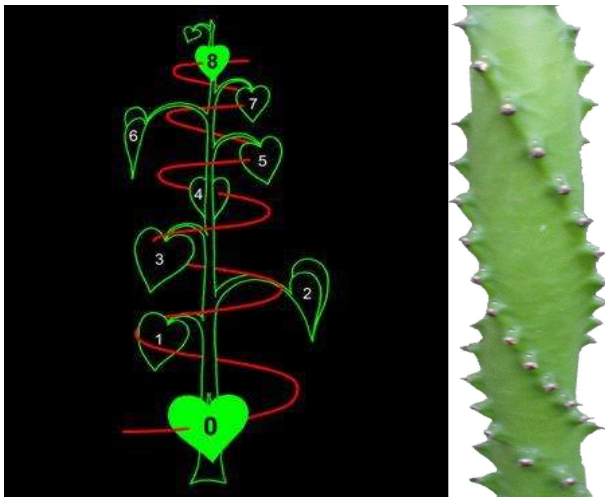
(Vérifiez dans la table des valeurs numériques : les lettres du mot sont: א=Aleph=1, ב=Bét=2, ה=Hé=5)

Réflexion 2: "le Monde a été crée par l'Amour"=Ahava

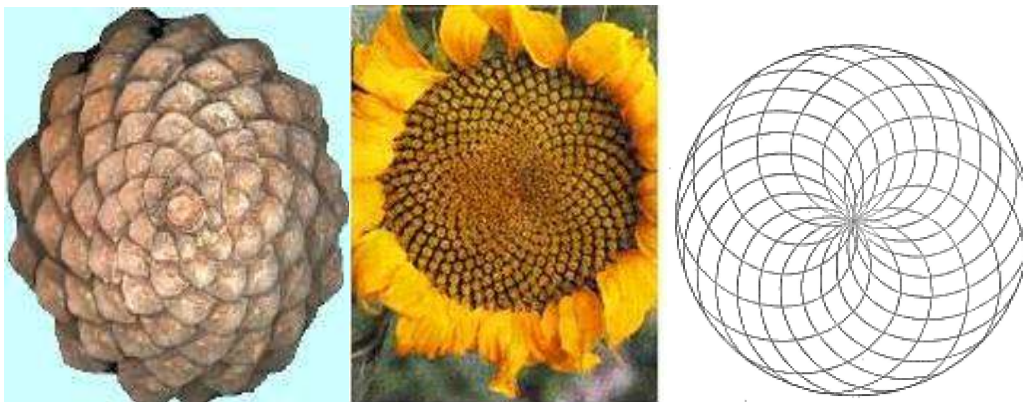
Il est écrit Psaume 89,3: " **עולם חסד יבנה** ="le Monde a été crée par l'Amour"=Ahava, c'est-à-dire par cette série **(1, 1, 2, 3, 5, 13)** formée des lettres du mot **אהבה**. (Il est écrit Hessed .On rappelle que l'intériorité de la sphère de Hessed est l'Amour/ voir plus loin §10.2 les fractales dans la Kabale)

On comprend pourquoi le nombre Ahava (dit Nombre d'Or) se trouve **partout**, comme nous allons le montrer, et en beauté dans la Nature comme expression de l'Amour divin:

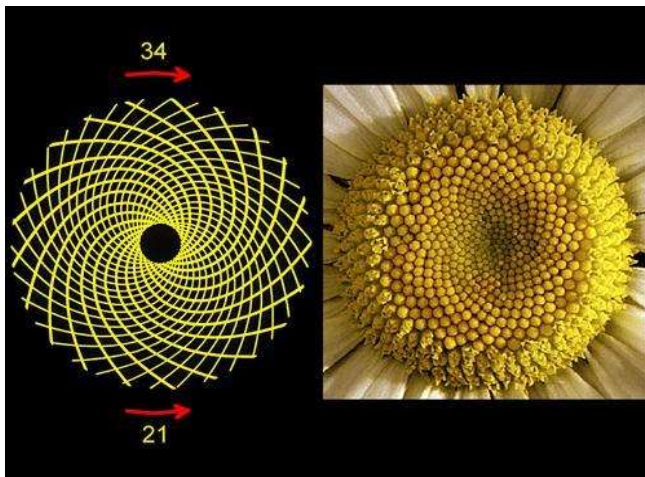
a) **Dans le règne végétal**: pour la rose 2 tours 5 pétales que l'on note 2/5 (voir 1^{er} chapitre du Zohar qui décrit 5 et 13 pétales). Voici comment compter ces rapports: On a ci-dessous (à gauche) 5 tours ,8 pétales comme pour la pomme de pin, le rapport 5/8



Ci-dessous à gauche la pomme de pin 5/8 et pour le tournesol 8/13 (à droite),



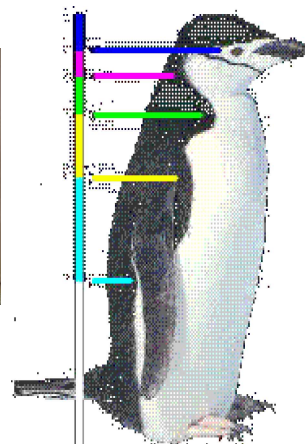
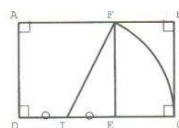
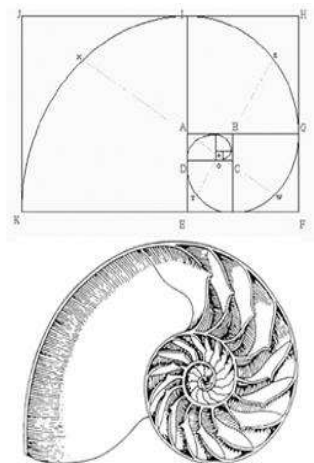
Et encore le rapport 21/34 pour les marguerites, etc.,



Autres beaux exemples: 5 pétales, 13 et 21 pétales

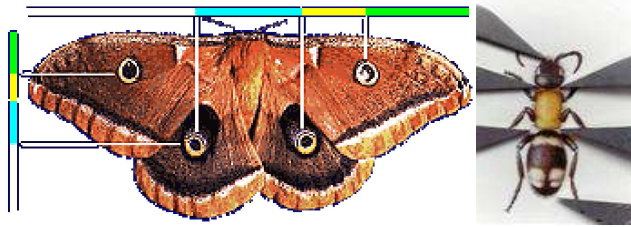


b) **les animaux marins:** Spirales d'Or des Nautilus (*formées à partir de rectangles d'or ABCD, voir définitions sur internet*)



et les proportions du corps du pingouin

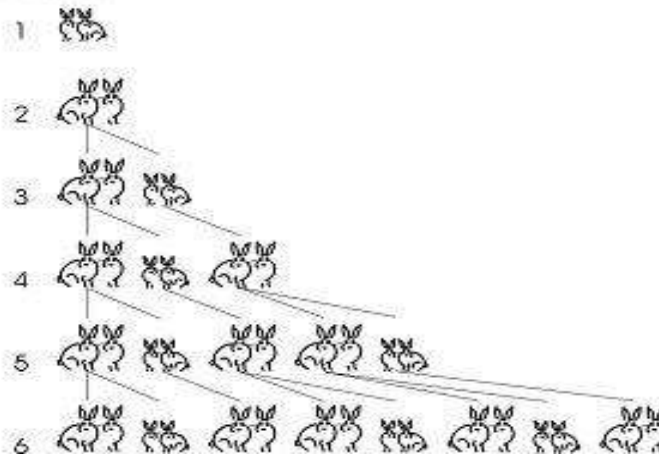
c) **Les proportions du corps** des papillons, des fourmis, etc..



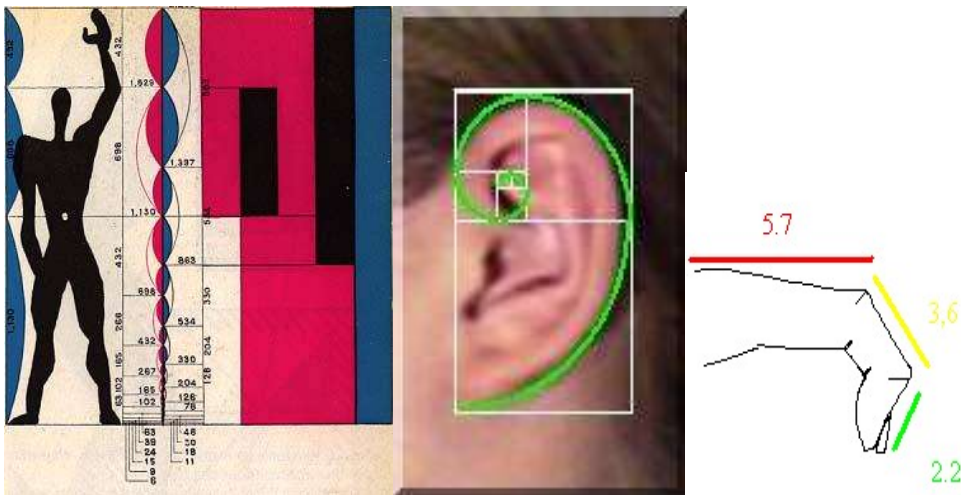
d) **les nombres d'individus dans les générations d'abeilles, de lapins**

(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13)

Generation

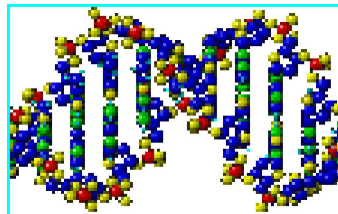
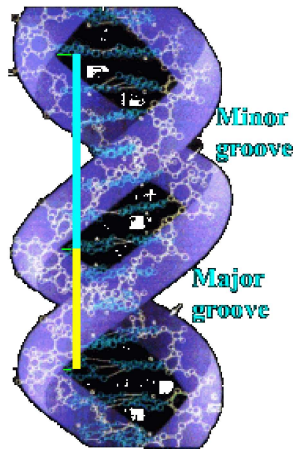


e) **Les proportions dans le corps de l'homme** (le rapport hauteur à la distance nombril- plante et autres.. Figure d'après Le Corbusier, l'oreille comme spirale d'Or, les proportions des phalanges du doigt, etc..



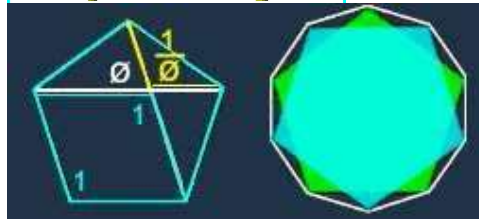
Rappel: $MA(\text{grand})/MB(\text{petit}) = AB(\text{Tout})/MA(\text{grand}) = \Phi$

et même **l'hélice d'ADN** ! : Le rapport entre la longueur=34 angströms et la largeur=21 angströms d'un cycle complet de la double hélice est égal au nombre d'or



La Section en forme de décagone = 2 pentagones

d'or (Φ)



$$\Phi = 2\cos(\pi/5)$$

f) Certaines **Galaxies spirales** (log) sont aussi basées sur le nombre d'Or.



g) Et surtout la **source la plus ancienne du nombre Ahava**: Les proportions de l'Arche d'Alliance dans la Bible hébraïque (Exode 25,10):

"Ils feront une Arche en bois de Chitim deux coudées et demie de long et une coudée et demie de large et une coudée et demie de haut"

Ceci est le rapport le plus simple et le plus proche du nombre Ahava que l'on puisse obtenir avec seulement (1, 1, 2, 3) en effet ce sont les deux premières moyennes $2.5/1.5=1.66=5/3$ alors que $2/1$ et $3/2$ sont plus loin de 1.618.



Conclusion:

Le nombre Ahava formé par la série **(1, 1, 2, 3, 5, 13)**, valeurs des lettres du mot **אהבה** =Amour, se trouve **partout** et en beauté dans la Nature, de l'ADN aux Galaxies, comme expression et **signature** de l'Amour divin.

Réflexion 3: Le monde a été crée avec $\sqrt{5}$

Pour ceux qui sont sensibles aux trésors cachés de la Bible j'ajouterai que le verset qui clôture la création dans Genèse chap 2 verset 4, est:

"אלה תולדות השמים והארץ **בהבראם** ביום עשות יהוה אלהים ארץ ושמים"

"C'est l'Histoire des Cieux et de la Terre **avec le Hé** ils ont été créés lorsque **Avaya Elokim** (=l'Eternel D.ieu) a fait Terre et Ciel "

J'ai traduit littéralement Bé hé baram =**avec le Hé ils ont été créés**

Car cette lettre Hé est écrite en grandeur réduite dans tous les Sefer Tora (rouleaux de la Tora et même dans les Bibles en Hébreu, vérifiez), or la tradition nous dit que lorsque la lettre est plus grande que la normale sa valeur est **au carré**, or ici le Hé=5 est réduit de taille donc il doit être pris en **racine carrée, c.à.d. $\sqrt{5}=2.236$** .

Or il se trouve que Avaya=26 et Elokim=86 ,donc

Avaya Elokim=**26.86=2236** .

Nous avons deux allusions à la valeur de $\sqrt{5}$ dans le même verset.

(la reflexion 4 expliquera pourquoi l'allusion à $\sqrt{5}$ suffit alors que le nombre Ahava est la moyenne entre 1 et $\sqrt{5}$)

Reflexion 4

Tout nombre x peut être développé en Fractions continues

$$x = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{\dots}}} = [a_0, a_1, a_2, \dots]$$

La suite des quotients partiels (a_n) caractérise parfaitement le nombre x

Par exemple: le nombre rationnel $(1987/35)=56+27/35$ (**56** est le premier des quotient partiel qui seront en bleu) or l'inverse $35/27=1+8/27$ de même l'inverse $27/8=3+3/8$ et $8/3=2+2/3$ et $3/2=1+1/2$. La suite des quotients partiels (a_n) est donc (**56, 1, 3, 2, 1, 2**)

- Ainsi un nombre rationnel a une suite finie de (a_n)
- Un nombre irrationnel à une **suite infinie mais périodique** de (a_n). Ainsi l'irrationnel $\sqrt{2}$ donne (1, 2, 2, 2,...)
- Un nombre transcendant (comme π ou e) a une suite infinie et non périodique de (a_n)

Appliquons cette représentation à notre cas:

A partir de l'équation (2) ci-dessus on a $x^2 - x - 1 = 0$ que l'on peut écrire

$$x = 1 + \frac{1}{x}$$

En reportant l'expression de x obtenue à la place du x au dénominateur, on obtient le développement en fraction continue du nombre d'or et la série des coefficients $a_n = [1, 1, 1, 1, 1, 1, \dots]$ à l'**Infini**

Ces fractions :

$$1 + \frac{1}{1} = 2; \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}} = 3/2; \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}} = 5/3; \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}} = 8/5 = 1.6;$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}} = 13/8 = 1.625...$$

S'approchent de plus en plus du nombre d'or en l'encadrant.

Notre Champ de vision se remplit d'un océan de 1 ...à l'infini

Cela nous rappelle la prière " Chema Israel, Achem Elokeinou, Achem EHAD", "D.ieu (l'Infini) est UN"(il est écrit **est Un** et non **Unique** pour inclure toutes les manifestations concrètes du Créateur, comme on l'a vu en réflexion 2)

Dans cet océan de l'Unité divine dévoilée par le nombre Ahava se trouve la beauté du monde dans tous ses détails.

On comprend que ce nombre soit en fait **la moyenne entre 1 et $\sqrt{5}$** :

Entre **א=1=Alef=Aloufo chel Aolam=le maitre du monde** (*traduction*)

et **ה minuscule = $\sqrt{5}$, Hé étant la sphère de Malkhout=Realité en Kabale**

(Pour la signification de **א** comme symbole de l'infini voir §9.2, pour la définition des 10 sphères dont Malkhout voir §10.2 Fractales).

Remarque: On trouve souvent ce concept de moyenne ou intermédiaire dans l'échelonnement des mondes. Ainsi le monde d'Atsilout (émanation) est moyenne entre la Lumière Infiniedivine et les créatures en ce sens il est "divinité en limitation". Ici nous nous situons entre l'Unité divine "1" et la multiplicité symbolisée par $\sqrt{5}$

Ces deux lettres appartiennent au Nom de D. "Alef Hé Yod Hé=Je suis", nom dévoilé à Moïse, Exode chap 3, v14 "**Je suis** m'a envoyé".

L'Etre "Je suis" a donc deux aspects: l'Unité et la Multiplicité.

8) Calculs astronomiques: l'énigme du calendrier hébraïque

Je commencerai par citer deux faits:

- a) la prodigieuse précision de la durée du cycle lunaire transmise à Moïse: 29 jours, 12 heures et 793 Halakim (Helek=partie=1/1080 h) précision consignée par Maimonide dans son Mishné Torah et mesurée relativement récemment par la Nasa.

תשעה ועשרים יום ושתיים עשרה שעות מיום שלושים מתחלת לילו, ושבע מאות שלושה ותשעים חלקים משעת שלוש עשרה ; וזה הוא הזמן שבין כל מולד ומולד, וזה הוא חדשה שללכנה.

Lois de sanctification de la néoménie chap 6, loi 3 הלכות קידוש החודש פרק ו', הלכה ג

D'après la Tradition $29 + 0.5 + 0.030594 = 29.530594$ jours

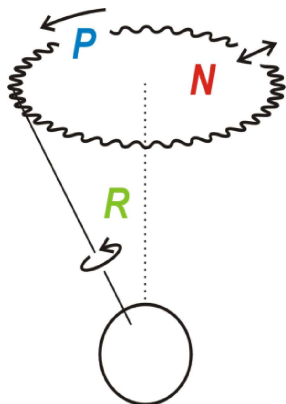
D'après la mesure de la Nasa : **29.530589 jours**

Quand la première lunette astronomique date de +1600 !

Signalons que lorsque les papes ont voulu calculer ce cycle ils ont fait la moyenne de tous les cycles lunaires mesurés sur 11 ans et n'ont pas atteint cette précision.

- b) Le second point stupéfiant est que le calendrier hébraïque, qui est lunaire (12 mois=354 jours) pour les fêtes et solaire pour recaler Pessah au printemps, est d'une précision extraordinaire, à la seconde (rav Ada), grâce à son **cycle de 19 années dont 7 embolismiques** (par le rajout du 13ième mois: Adar 2). Il s'avère que cette précision est due au fait qu'en plus de la **précession** (mouvement P du graphe) de l'axe de la terre (cycle de pointage de l'axe sur fond du ciel=26000 ans) il y a une

oscillation de nutation (oscillation N) dont le cycle est justement 18.6 ans !



Ce que personne ne pouvait savoir au temps de l'Amora Shmouel (165-267) fondateur avec Rav des écoles Babyloniennes, dont on dit "qu'il connaissait les chemins du ciel comme ceux de sa ville";

Nous allons approfondir l'analyse de cette énigme

Consulter l'analyse de Jacob.Ouanounou dans " La clef des Temps" chap2. Lui aussi se demande pourquoi ce cycle 19=7 et 12 et pas 18 ou 20 ans

L'énigme du calendrier hébraïque

1°/ les données (La Bible et les lois de sanctification du mois de Maimonide)

A l'approche de la sortie d'Egypte, Moïse reçoit l'injonction divine:

"הַחֹדֶשׁ הַזֶּה לָכֶם רֹאשׁ חֳדָשִׁים רִאשׁוֹן הוּא לָכֶם לְחֹדְשֵׁי הַשָּׁנָה"

"Ce mois ci sera pour vous la tête des mois, le premier des mois de l'année"

Nous devons donc compter les mois (=Hodech=renouvellement) d'après les renouvellements de la lune. Nos Sages rapportent que Moïse ne sachant comment faire, D. lui fit voir l'image de la lune et lui dit: ainsi, vois et sanctifies !

Conclusion 1: calendrier lunaire

Conclusion 2: basé sur l'instant du nouveau (=le Molad=l'engendrement) de la nouvelle lune qui était invisible 2 jours, ce n'est donc pas évident (même pour Moïse).

Conclusion 3 :C'est tellement important pour la vie, l'agriculture et les fêtes que Rachi dit dans son premier commentaire de toute la Tora=Loi, qu'elle aurait du commencer *ici* plutôt que par le récit de la Création (qui est sans Lois).

"..le premier des mois de l'année" quelle année? Réponse (Michné Tora chap 1,Loi 1)

וְהַשָּׁנִים שֶׁאֵנוּ מַחֲשִׁבִּים הֵם שְׁנֵי הַחֲמֵה שְׁנֵי שָׁנִים שֶׁמִּשְׁמֹר אֶת חֹדֶשׁ הָאֲבִיב"

"Et les années que nous calculons sont des années solaires comme il est dit :

"gardes le mois du Printemps" Pessah doit tomber au Printemps pour que le lendemain on puisse offrir l'Omer d'orge au Temple (*Vaykra 23 15-16*).

Conclusion 4: nous devons construire un **calendrier lunaire synchronisé sur le soleil**

Chap 1,Loi 2:"*L'année solaire étant excédante de près de 11 j sur les 12 mois lunaire de 29.5 jours (12*29.5=354)+11=365 on ajoutera un mois quand on aura accumulé 30 j et on appelle cette année Meoubéret=enceinte(=embolismique)"*

Pour construire ce calendrier, Maimonide donne les valeurs des cycles lunaire et solaire qu'il a reçu de ses maitres, qui l'ont reçu de Moïse, qui l'a reçu de D. (la liste de tous les noms de la chaine des Sages jusqu'à lui est donnée en introduction de son Michné Tora). **Les données numériques reçues de la Tradition sont:**

Chap 6 Loi 3 **Cycle lunaire: 29 jours 12 h 793 helek = 765 433 parties**

Chap 6 Loi 4 **Cycle Solaire: 365 jours 6 h (selon Rav Shmuel)=9 467 280 p**

(Nos Sages ont tout converti en parties=helek=1/1080 de l'heure, notée p, pour avoir des entiers). Signalons que Rav Ada donne la valeur $9\,467\,197\,p + 48/76\,p$ plus précise.

Sur ces bases les problèmes sont maintenant:

- 1) Fixer la répartition des 12 ou 13 mois dans l'année (normale ou embolismique).
Fixer quels sont les mois de 29 j et ceux de 30 j et si le Rosh Hodech est 1 ou 2 jours.
- 2) Fixer un cycle de M années dont N (< M) embolismiques pour la synchronisation avec le soleil au bout de M années.

Je ne traiterai ni des complexités du point (1) ni des 14 types d'années possibles dans le cycle des 19 Années (voir l'excellent livre de Roger Stioui, Le Calendrier hebraïque) .Je cite ces problèmes pour souligner la complexité des problèmes résolus par nos Sages et ont su "**tout calculer** (les heures des Molad, les dates des fêtes etc..) **depuis la date de la Création jusqu'à la fin du Monde**" (termes memes de Maimonide au chap 6) .
Ce qui m'intéresse c'est de comprendre comment on arrive et justifie le cycle de $19=12+7$ à partir des données reçues par la Tradition, car il est évident que les résultats des calculs sont **fonctions de la précision des données astronomiques**.
Maimonide écrit:

Loi 9 Le cycle doit être de 19 ans dont 7 embolismiques (de 13 mois) et 12 années normales (de 12 mois)

Loi 10 pourquoi avons-nous choisi ce cycle de 19 ans formé de 7 embolismiques et 12 années normales? Parce que (il fait le calcul) il ne restera après 19 ans que 1h et 485 parties d'avance lunaire sur le soleil.

Loi 11 les années embolismiques sont les וי, יז, טז, יח, יג, יד c.à.d. 3, 6, 8, 11, 14, 17, 19 du cycle

Remarque: A propos de la Loi 10: avec la valeur du Rav Ada ($9\,467\,197\,p$) il n'y a même pas une partie (p) d'erreur sur 19 ans !

2) La méthode la plus simple et la plus rapide pour vérifier la solution de la tradition juive consiste à **utiliser le développement en fractions continues du rapport entre l'année solaire et le mois lunaire:**

$$\text{Année Solaire/Mois Lunaire} = 12 + M/N$$

12 mois +un reste, écrit M/N, pour dire qu'il faudra M années de 13 mois dans un cycle complet de N. Si N est trop grand on cherchera la fraction P/Q la plus proche de M/N dont le dénominateur Q (longueur du cycle) est plus petit que N.

Les calculs ont été faits par les professeurs B.Ben Yehuda et Haim Yhiel Borenstein.

Avec nos valeurs exprimées en parties (p) :

(9 467 280 /765 433) = 12 + 282084/765433 (La différence entre l'année solaire 9 467 280 et 12 mois lunaires $12 \times 765\,433 = 9\,185\,196$ est 282 084).

Le développement en fraction continue du reste $x=282084/765433$ de la forme

$$x = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{\dots}}} = [a_0, a_1, a_2, \dots]$$

(nous nous sommes déjà servi des fractions continues au chap 7 réflexion 4)

donne la série des $a_n = (0, 2, 1, 2, 2, 25, 3, 8, 1, 1, 29)$ à partir desquels on calcule les "réduites" qui sont les approximations successives encadrant x

$R_1=a_0$; $R_2=a_0+1/a_1= 1/2$; $R_3= a_0+1/(a_1+1/a_2)= 1/(2+1/1)=1/3$;

$R_4=1/(2+1/(1+1/2))=3/8$; $R_5=7/19$; $R_6=178/483$.

$$R_1 < R_3 < \underline{R_5} < x < R_6 < R_4 < R_2$$

$$0 < 0.33 < 0.3684 < x < 0.3685 < 0.375 < 0.5$$

Dont on voit la convergence par les approximations R5 et R6.

Comme il n'est pas question de choisir un cycle de 483 ans la meilleure solution est R5 cad 19 ans dont 7 années embolismiques !

Fascinant ! Le cycle de la Tradition est le bon !

3) Que dit l'astronomie moderne ?

Le cycle de l'année solaire mesuré est 365 j, 5 h, 48 mn, 46 s c.à.d. plus court que la valeur prise par Rav Shmuel de 11mn 14s = 202 parties, c.à.d. $282084 - 202 = 281882$.

Reprenons le calcul avec $x=281.882/765.433$ (≈ 0.36826476).

Le développement en fractions continues donne la série des quotients partiels

$a_n = (0, 2, 1, 2, 1, 1, 17, 6, 1, 9, 1, 29)$ à partir desquels les réduites encadrant x :

$R_1=0$; $R_2=1/2$; $R_3=1/3$; $R_4=3/8$; $R_5=4/11$; $R_6=7/19$; $R_7=123/334$.

$$R_1 < R_3 < R_5 < R_7 < x < \underline{R_6} < R_4 < R_2$$

Cette fois 7/19 est une approximation par excès, alors qu'avec les valeurs de la tradition elle l'était par défaut. On peut remarquer que les valeurs de l'encadrement précédant l'optimal R_6 , c.à.d. 3/8 et 4/11 suggèrent que si on fractionne le cycle de 19 années en 8 et 11 on doit avoir les trois premières années embolismiques \aleph, \aleph, \aleph c.à.d. 3, 6, 8 et les 4 suivantes $\aleph, \aleph, \aleph, \aleph$, 11, 14, 17, 19 parmi les 11 dernières années, **c'est ce que fait la Tradition !**

Le prof. A. Altshuler fait remarquer que si l'on cherche une meilleure approximation en admettant un cycle plus long on trouve 67/182 mais un tel cycle de 182 années dont 67 embolismiques est impraticable.

Inversement, la longueur de l'année solaire qui correspond le plus à 7/11 est entre l'année de Rav Shmuel trop longue et l'année astronomique, **c'est justement l'année du Rav Ada** qui est 365 j, 5 h, 997 p (et 48/76 p) en effet 19 années solaires de ce type donnent $19 \times 9\ 467\ 197,63 = 179\ 876\ 755$ parties

Et en cycles lunaires 12 normaux et 7 embolismiques dans le cycle 19:

$$12 \times 9\ 185\ 196 + 7 \times 9\ 950\ 629 = 179\ 876\ 755 \text{ parties} \quad \textbf{Exactement !}$$

4) Les suppositions et les théories des chercheurs

Face à l'énigme de la précision du calendrier juif la réaction des chercheurs est de nier son antériorité et d'essayer de le relier à un autre comme à l'Egyptien (d'où nous sommes sortis), ou au cycle grec de 7/19 dit "cycle de Méton", élaboré en – 430 et gravé dans la pierre à Athènes en lettres d'or (aussi appelé Nombre d'Or) ou au calendrier babylonien luni-solaire qui est basé sur ce cycle mais lui est antérieur.

Le problème est que si l'on compare avec de vieilles civilisations aux préoccupations agricoles semblables aux nôtres en Israël, les chinois avaient un calendrier uniquement lunaire, les Perses un calendrier uniquement solaire et les Egyptiens axés sur les fluctuations du Nil commencèrent avec un calendrier lunaire de 25,5 jours et l'observation du lever héliaque de Sirius suffisamment visible malgré les brumes de l'horizon égyptien. Ce calendrier a ensuite été abandonné au profit d'un calendrier solaire qualifié de "vague" par les spécialistes du fait qu'il comptait simplement 12 mois de 30 jours. Or à la sortie d'Egypte en 2448 c.à.d. -1312 et au moment de la rentrée en Israël, 40 ans plus tard, c'est ce calendrier qui avait cours en Egypte et il n'a évidemment pas été adopté par les hébreux.

Tout cela confirme l'**originalité** du calendrier juif d'une antériorité et efficacité sans bornes puisqu'il donne des informations qui n'existent dans aucun calendrier. En effet, il commence à la Création du Monde le 25 Eloul, fixe la création de l'Homme 3 heures après le premier molad (néoménie), fixé à 14 h de ce vendredi, premier Tichri ,Rosh ha Chana, **anniversaire de l'Humanité toute entière**, et calcule **tous** les molad, les années Sabbatiques , les jubilé (50 ième année),les cycles solaires de 28 ans (où le soleil atteint sa position à sa création), les dates de toutes les fêtes ..etc.. Jusqu'à la fin du monde !

Certains chercheurs pensent que les Grecs, qui avaient à la base un calendrier lunaire mal ajusté, auraient adopté le calendrier luni-solaire babylonien antérieur, avec son bon cycle 7/19, qu'ils auraient rebaptisé pour leur gloire "cycle de Méton" et que ce cycle aurait été utilisé par les hébreux.

Pour ce qui nous concerne il suffit de rappeler que l'année 1 du calendrier grec, qui n'a pas de chronologie historique puisqu'il se recycle à chaque Olympiade tous les 4 ans, correspond au 1^{er} Tichri 3449 du calendrier juif. (Seul le calendrier juif propose une chronologie des faits historiques de l'humanité de la création de l'Homme à la fin des temps alors que les peuples de l'antiquité comptaient les années d'après les règnes des rois) .Il reste donc l'idée que les Hébreux, en exil à Babylone depuis -586, date de la destruction du premier temple par Nabuchodonosor, auraient aussi été influencés et auraient "appris" ce calendrier comme les grecs plus tard, d'autant que les noms des mois juifs et des mois babyloniens sont très proches : Eloul=Ululu, Adar=Adaru etc.. . Cette thèse est la plus plausible.

Mais réfléchissons:

a) La fixation d'un calendrier solaire-lunaire était une nécessité pour la vie agricole et l'accomplissement des Mitzvot (ordres divins) concernant la terre d'Israël et les offrandes au Temple (l'équinoxe de printemps doit forcément précéder Pessah car l'Omer d'orge doit être apporté au Temple le 16 Nissan et à Chavouot les deux pains pétris du blé de la nouvelle récolte (Bikourim)). Il est donc certain que la synchronisation des cycles existait depuis l'entrée en Israël en 2488 du calendrier juif c.à.d. en -1272 .

b) Le livre des Chroniques 1 ,chap 12,v 33 , attribue la connaissance "du secret du calendrier" et la responsabilité de fixer les 13 ièmes mois et les années embolismiques à la tribu d'Issachar qui était dépositaire des secrets de la Torah.

וּמִבְנֵי יִשְׁשָׁכָר יוֹדְעֵי בִינָה לְעֵתִים לְדַעַת מַה-יַּעֲשֶׂה יִשְׂרָאֵל, רָאשֵׁיהֶם מֵאֲתָיִם וְכָל-אַחֵיהֶם עַל-פִּיָּהֶם
(דברי הימים א,יב,33)

(Parmi ceux qui vinrent rejoindre David) "*Des gens d'Issachar, experts dans la connaissance du calendrier pour décider de la conduite d'Israël, 200 chefs auxquels obéissaient tous leurs frères*". Ce témoignage du temps du roi David (-600,-800) est bien antérieur à l'exil de Babylone.

c) Certains ont tenté de dire que jusqu'à la fixation écrite du calendrier juif par Hillel² (Amora descendant de Rabi Yehuda le Prince) qui a dû dévoiler la technique du calcul en 359 du fait des persécutions romaines, les fixations des Molad étaient **uniquement visuelles**. Or tous les textes confirment que le Sanhedrin (tribunal rabbinique) **devait calculer** les Molad pour pouvoir réfuter les faux témoignages de ceux qui venaient déclarer la nouvelle lune à des dates impossibles. Voici quelques preuves:

- Talmud Rosh ha Chana, chap 2, p 25 recto: *"Une fois, les cieux étaient couverts de nuages et le peuple semblant voir la forme de la lune le 29 du mois a demandé au tribunal de sanctifier le nouveau mois. Raban Gamliel leur a dit: Ainsi ai-je reçu de mes ancêtres Il n'y a aucun renouvellement de lune à moins de 29 jours et demi, 2/3 d'heure et 73 parties ... et il ne l'a pas sanctifié"*.

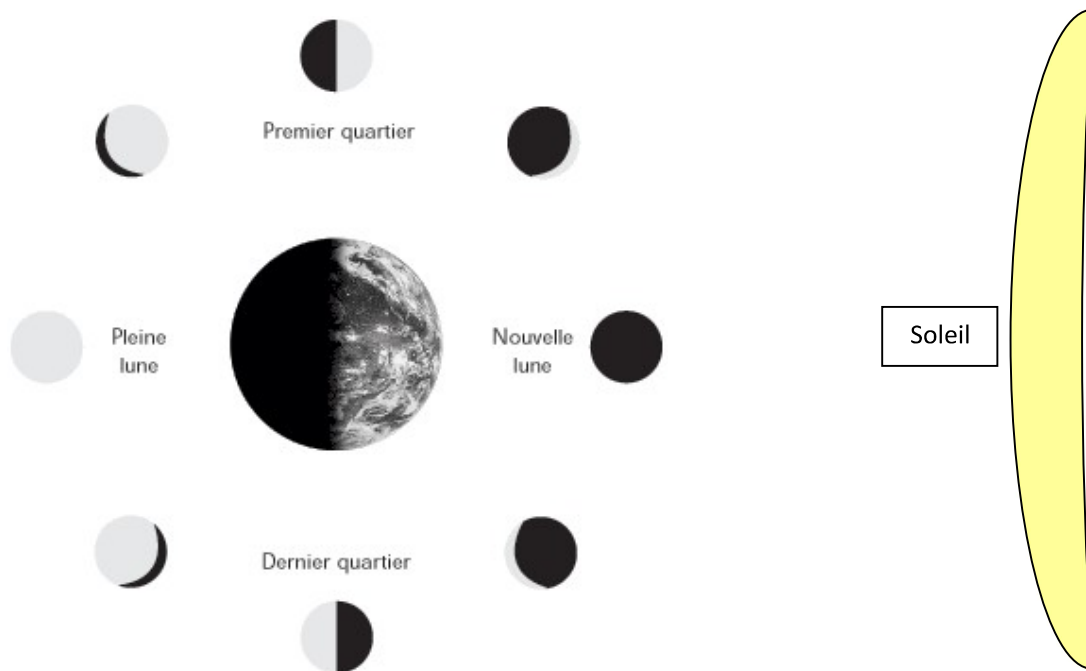
- Michné Tora de Maimonide, Lois de sanctification du mois, chapitre 5 :

Lois 1 :La fixation de la néoménie par la vision et celle de l'année embolismique sont l'apanage du Sanhedrin en Terre D'Israël .. comme il a été dit à Moïse et Aharon ..Mais lorsqu'il n'y a pas de Sanhedrin en Terre D'Israël c'est par le calcul qu'on les fixe comme aujourd'hui.

Loi 2 : Et ceci est la Loi reçue de Moïse au Sinaï : lorsqu'il y a le Sanhedrin on fixe d'après la vue et sans Sanhedrin on fixera par le calcul le jour sans besoin de témoignage visuel

- Chap 6, Loi 1: Quand on se basait sur la vision on calculait l'heure à laquelle la lune entrait en conjonction avec le soleil avec grande précision comme le font les astronomes de façon à savoir si on verra ou non la lune.

d) Le calcul a donc été gardé secret jusqu'à ce que les persécutions romaines, empêchant la propagation de l'information de la néoménie par des feux allumés depuis les monts de Jérusalem jusqu'à ceux de Babel, obligent Hillel à le dévoiler par écrit pour les générations futures en exil (diaspora). La diaspora utilise ce calcul jusqu'à ce jour. La question qui se pose alors est: si le calcul était si bon pourquoi avait-on besoin du témoignage visuel ?



La réponse est stupéfiante et d'une vérité mathématique encore plus profonde.

Elle concerne "Le problème des 3 corps" ici le Soleil, la Terre et la lune tous trois liés par la gravitation universelle et le problème est de déterminer la trajectoire exacte de la lune ce qui nous permettrait de calculer l'instant exact de la nouvelle lune (le Molad). Henri Poincaré a démontré en réponse à la question du roi de Suède sur la stabilité du système solaire qu'une solution générale à ce problème **n'existait pas**, (on démontrera plus tard qu'il existe une solution mais qu'elle converge trop lentement pour permettre des prévisions). Il démontra en 1890 dans son mémoire "*Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique*" que si pour deux corps les solutions sont simples et périodiques (la période est l'année solaire), pour trois corps par contre la trajectoire de la lune dépendra fortement des conditions initiales du

système (ou de perturbations) et de ce fait **la trajectoire restera à jamais imprévisible.**

En ce sens il est un précurseur de la très moderne "Théorie du Chaos" qui s'occupe de systèmes dynamiques totalement déterministes (c.à.d. dont on connaît parfaitement les équations) mais **intrinsèquement imprévisibles du fait de la sensibilité aux conditions initiales.**

On comprend donc pourquoi la Loi juive ne se base pas uniquement sur calcul de nos Sages, certes juste, mais effectué seulement sur **des valeurs moyennes**, et demande **aussi le témoignage visuel.** Puisque le système des trois corps est de type chaotique, le Molad calculé ne coïncide pas forcément avec le Molad réel et l'écart peut être de quelques jours. Le témoignage est donc indispensable !

Comme dit Maimonide: Sanctification du mois. chap 7 Loi 7: *Et pourquoi ne fixe t'on pas (le 1^{er} Tichri, Rosh ha Chana) les jours 1, 4, 6 (dimanche, mercredi, vendredi) parce que ce calcul est la conjonction du soleil et de la lune **pour une trajectoire moyenne et non son lieu réel** aussi ont-ils prévu de fixer le jour (3,5 et 7) ou de le repousser (4,6,1) afin d'atteindre le jour de la conjonction réel".*

Conclusion

Une réflexion basée sur l'histoire humaine et les textes montre qu'il est plus probable que les hébreux aient influencé Babel plutôt que l'inverse du fait de l'antériorité des besoins et des témoignages sur calendrier hébraïque. Le premier point stupéfiant est que tout a dû se passer entre la sortie d'Egypte (calendrier lunaire inapte) et l'entrée en terre d'Israël (preuves de l'application des solutions du solaire-lunaire).

Le deuxième point stupéfiant est l'utilisation combinée du calcul sur les valeurs moyennes des cycles et du témoignage visuel pour résoudre l'imprévisibilité intrinsèque du Molad due au problème des trois corps.

9) La notion d'Infini

Georges Cantor (1845-1918), fondateur de la Mathématique des nombres transfinis et de la théorie des ensembles, écrit:

"La Métaphysique telle que je la conçois est la science de ce qui est, c.à.d. de ce qui existe, donc du monde tel qu'il est en soi et non tel qu'il nous apparaît ".

On comprend donc pourquoi la Kabbalah et la Hassidout ont tant traité de l'Infini comme attribut divin bien qu'elles définissent l'Essence divine comme possédant les deux forces **l'infini et le fini** car "si tu dis qu'IL ne possède que l'infini tu Le dépossède dans Sa plénitude"(Avodat ha Kodech, partie 1, chap 8).

Il semble que c'est parce que nous-mêmes sommes finis et limités que nous voyons en LUI essentiellement l'Infini alors qu'IL est TOUT.

Il y a en fait deux concepts ou deux méthodes d'appréhension de l'infini et nos Sages ont traité des deux:

- a) **L'infini global** (ou actuel) c'est-à-dire considéré dans son ensemble c'est lui qui a surtout fasciné les Sages d'où cette merveilleuse définition du Baal Chem Tov (1698-1760)

"L'Essence Infinie lorsque tu la saisis en partie tu la saisis toute"

Si proche de la définition moderne

"Un ensemble est infini s'il est en bijection avec l'une de ses parties".

En langage simple: la partie et le tout sont de même taille. (Les mathématiciens disent que deux ensembles ont le même Cardinal ou "puissance" pour dire qu'ils ont le même nombre fini ou infini d'éléments).

Ce langage simple "la partie est égale au tout" est exactement celui de Maimonide (1138- 1204): "Tout être matériel a forcément une limite sinon la partie serait comme le tout" (cité dans sefer ha Hakira=Livre de la Recherche 56-29)

- b) **L'infini limite (ou potentiel)** concept classique en analyse.
Par Exemple quand X tend vers 0, alors $1/X$ tend vers l'infini

9.1) Réflexions de Rabi Shneour Zalman, 1799

"Il n'y a pas de rapport (proportion) entre la Lumière infinie et les Mondes .La proportion des nombres fait que un a un rapport à mille milliers car il est une partie des mille milliers, mais par rapport à l'infini sans nombre il n a pas de rapport numérique, car même mille milliers de milliers et plus n'ont pas de valeur face à l'infini et comptent pour rien". (1)

Tania, Likouté Amarim (chap 48,p134)

בְּשִׁמְתָּ בּוֹיָן וּמַעְמִיק מְאֹד בְּגִדּוּלַת ה' אֵיךְ הוּא מְמַלֵּא כָּל עֲלָמִין וְסוֹבֵב כָּל
עֲלָמִין וְכוּלָּא קָמִיָּה כְּלָא חָשִׁיב וְאִפְסֵי מִמֶּנּוּ....

Et lorsqu'il méditera et s'approfondira sur la grandeur de l'Eternel comment il remplit tous les Mondes et entoure tous les Mondes et que tout devant lui est considéré comme nul...

Tanya chap 3 et Igueret Ha Kodech chap 1, citation du Zohar

La pensée est que par rapport à l'Infini divin toute chose est nulle: $\lim 1/X$ pour X infini est zero.

Il va maintenant réunir l'infini et le fini faisant la Paix=Shalom entre eux:(3)

"Car le Shalom c'est de relier deux extrêmes opposés qui sont :

- l'extrémité des Cieux d'En Haut, du point de vue de "A Sa Grandeur il n'ya pas de limite", et
- l'extrémité des Cieux En Bas qui se revêts dans les trois mondes : Briah (Monde de la pensée), Yetsira (sentiments et leurs dévoilements par la parole), Assya (action) Mondes de la limite et du nombre".

Tania, Igueret ha Kodech (fin du chap 30)

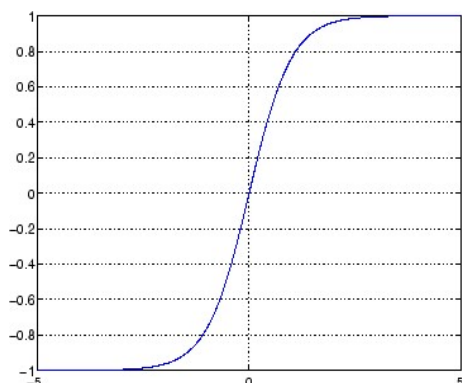
La Paix au sens cosmique c'est l'insertion de l'infini (divin) dans le fini (humain). Ce qui est miraculeux puisque la puissance du continu (le divin) inclus le dénombrable et le fini (l'humain).La solution de l'impossible est apportée par l'Ame:

Le Rabi Shneour Zalman a merveilleusement défini l'Infini de l'Ame comme un infini global:

"La deuxième âme en Israël est réellement une partie du D.ieu d'En Haut "

Tania, Likouté Amarim (chap 2)

L'Ame étant une partie de l'infini reste infinie comme le dit le Baal Chem Tov cité ci dessus. La question se pose alors comment cet infini peut il apparaitre dans des limites.



Voici la fonction "tangente hyperbolique" qui associe l'ensemble des Réels tout entier de moins l'infini à plus l'infini au segment borné $(-1, +1)$.

Puisqu'il y a bijection entre les deux ensembles ils sont de même puissance : la puissance du continu comme l'a démontré G.Cantor.

9.2) On a donc à distinguer (au moins) 3 niveaux:

1-**Le fini**: "מונה מספר לכוכבים, לכולם שמות יקרא" = Il compte les étoiles et à toutes il donne des noms"(texte de prière). Que l'univers soit fini et qu'il ait un commencement est une évidence pour le judaïsme (bien avant la Théorie du Big Bang). La suite du verset est "Et Son Intelligence est sans nombre"ולתבונתו אין מספר

2-**Le dénombrable** noté par Cantor \aleph_0 c'est la puissance de l'ensemble des entiers \mathbb{N} , de l'ensemble des relatifs \mathbb{Z} et de celui des rationnels \mathbb{Q} (quotients de deux entiers relatifs).

Signalons qu'alors que l'évêque Robert Grosseteste 1175-1253* affirme que l'infinité des nombres pairs est inférieure à l'infinité des entiers pairs et impairs (\mathbb{N}) (ce qui est faux: ils ont la même puissance puisqu'il existe la bijection $X \mapsto 2X$), Maimonide et plus tard le juif d'Aragon Hasdai Crescas (1340-1412) le nient. Citons Maimonide^{oo}: "impossible qu'il y ait un multiple de l'infini, par exemple mille fois l'infini, plus grand que l'infini car il est impossible que L'Eternel crée un (autre) être qui soit infini comme lui". Quant à Hasdai Crescas il nie à juste titre le pilier de la mathématique grecque "le tout est plus grand que la partie" expliquant que cela ne s'applique pas à l'infini. Donc $\aleph_0 / 2 = \aleph_0$ pour les pairs sous-ensemble des entiers.

*De Wikipedia et L'infini en Mathématiques, Norbert Verdier, Flammarion.

^{oo} Note: Dans son "Guide des égarés", Maïmonide invoque la propriété asymptotique de l'hyperbole mentionnée dans le second livre des Sections coniques d'Apollonius.

Munis de la définition de l'âme: "**une partie du D.ieu d'En Haut**" on comprend la Loi interdisant de compter les juifs même pour le "minian" (groupe de dix juifs pouvant prier) puisque l'opération d'addition n'a pas de sens pour l'infini comme le dit Hasdai Crescas.

3-Le Continu de puissance \aleph_1 . C'est la puissance de l'ensemble des Réels

matérialisé par le nombre de points sur l'axe réel, où les irrationnels et les transcendants (e, π , etc..) sont même plus nombreux que les rationnels ce qui est **prodigieux**.

Le Pourquoi de cette Notation \aleph

C'est le moment de tenter d'expliquer pourquoi Cantor a choisi (inconsciemment ?) la lettre Aleph, première lettre de l'alphabet hébraïque, comme notation pour quantifier l'Infini (il a montré que l'on peut construire une échelle ordonnée d'infini de puissances croissantes :

$\aleph_0, \aleph_1, \dots, \aleph_n$

a) Les mots **prodige**, miracle, merveille se disent פלע=plé = פ ל א=Aleph car l'infini est prodigieux.

b) Aleph a pour valeur numérique 1 , "D.ieu (l'Infini) est UN" (prière du Chema Israel) Ce thème de l'Unité simple (In-fini, indéfinissable) du Créateur source de Tout est la base de la mystique juive qui insiste sur le fait qu'il n'est pas écrit que D. est "unique" pour inclure le multiple qui est toujours \aleph mais lu Eleph =1000.

c) La décomposition du dessin (script) de la lettre, symbole de l'infini, donne Youd (en haut à droite), Vav (en diagonale) , Youd (en bas) et d'après les valeurs numériques du tableau cela fait 10+6+10=**26**, valeur numérique du nom de D.ieu (le tétragramme) nom qui représente L'INFINI alors que le nom Elokim représente la Nature (limitée) (Sa valeur numérique est 86=La Nature=הטבע).

C'est stupefiant !, (Vérifiez!, c'est dans tous les livres de Kabala).

La communauté internationale des mathématiciens a accepté que l'Infini soit "attribué" aux Hébreux "peuple de Prêtres, peuple Saint" (Exode, 19)

9.3) L'énorme contribution du Ari (1534-1572) et de la Hassidout.

Jusqu'au ARI Il semble que ce soit ce concept d'Infini global ayant la puissance du Continu que nos Sages attribuent à l' Infini divin.

Le concept du "Tzimtzoum" ("contraction" de la Lumière divine infinie) élaboré par le Ari va permettre d'introduire les notions de sfirot ein kets= nombre infini de Sphères ou ,"un infini d'infini" avant le Tzimtzoum et une échelle de degrés d'infini après le tzimtzoum, dans l'échelonnement des Mondes.

Voici le texte de base de la Kabala du Ari Ha Kadoch (Rabi Itshak Louria) : Ets Haim=l'Arbre de Vie :

"Avant que ne soient émanées les émanations et créées les choses était la Lumière Infinie simple remplissant tout et il n'y avait aucun espace vide, tout étant plein de cette Lumière infinie simple (c.à.d. Une, non composée) et, lorsqu'est montée SA Volonté une de créer les Mondes et d'émaner les émanés, de dévoiler la plénitude de ses actions et de ses Noms, causes de la création des Mondes, IL a "contracté" ("TsimTsem") son Essence Infini en un point central où s'est trouvée concentrée cette Lumière- là et s'est éloigné de tous cotés de ce centre créant ainsi un Espace sphériqueAinsi après le Tsimtsoum était l'Espace vide au centre de la Lumière Infinie, Espace capable de contenir les choses et les êtres. Alors IL tira de la lumière infinie sphérique une ligne, un rayon ("Kav") s'échelonnant et descendant droit de haut en bas dans cet espace. Le sommet du Kav est puisé de la Lumière Infinie et la touche mais son extrémité en bas n'a pas de contact avec elle. Le long de ce rayon (Kav) se propage la Lumière jusqu'en bas. Et dans cet Espace-là il émana (Monde de l'Emanation,"Atsilout"), créa (Monde de "Briah"), forma (Monde de "Ytsira") et fit (Monde de "Assya") tous les Mondes.

Avant ces quatre Mondes était la Lumière Infinie c.à.d. LUI UN et son Nom UN d'une Unité prodigieuse (=pélé=aleph=un) et cachée qu'aucune intelligence, même celle des anges les plus proches, ne peut concevoir car aucun intellect crée ne peut L'appréhender du fait qu'IL n'a ni Lieu, ni limite, ni Nom". (Fin de citation)

Rabi Shneour Zalman décrit les 3 Tsimtsoum (Kadoch,Kadoch,Kadoch=separé) qui séparent les 4 mondes (Tania, chap49):"Le monde d'Atsilout est vraiment divin aussi pour créer le monde de Briah, lieu des âmes et des anges les plus élevés, ...faut il d'abord un tsimtsoum énorme et ainsi de Briah à Yetsira car le peu de lumière qui vivifie le monde de Briah est encore infini pour le monde de Yetsira et ne peut s'y revêtir si ce n'est par tsimtsoum et voilement, et ainsi de Yetsira à Assya. Et le but de tous ces tsimtsoum est la création du corps de l'homme pour qu'il soumette le mal..

et élève son âme divine, son âme vitale (animale) et ses pensées paroles et actions vers D. seul". (2)

On voit donc que du point de vue des lumières il y a une relation d'ordre entre les infinis de Atsilout (Monde de la divinité contractée dans la limite(kelim)pour agir) et ceux de Briah, Yetsira et Assya.

Pensées profondes de Rabi Shalom DovBer (il y a environ 100 ans)

Livre "Yom tov de Rosh ha Chana" page 42:

"En Haut tout est d'ordre infini, Unité et fusion ce n'est que dans sa descente que la vitalité se fractionne". *(Passage de l'Infini au fini, cité dans mon livre "Yotser Or " pour expliquer le passage de l'onde à la particule et comprendre la dualité)*

Livre "Bé chaah ché ikdimou" ,(tome 1),

"Le nombre de ce Monde est mesurable et limité mais le nombre du Monde futur bien qu'il soit un nombre n'est pas dénombrable, il est sans fin" chap. 89. *En effet Il faut distinguer trois domaines: Matérialité (Monde), Spiritualité (ici Monde futur) et Divinité.*

"La Nechama=l'Ame est comme du divin extrêmement contracté"(chap 88) (Conformément au graphe ci-dessus l'infini peut être borné sans perdre sa puissance)

Les mondes sont limités car leur source sont les "kelim" (=Recipients , matière, par opposition à Lumières)mais les âmes d'Israël attirent l'infini dans les Mondes.

Il y a le nombre appartenant aux kelim et le nombre appartenant aux lumières *(du texte il apparait que le nombre appartenant aux kelim est fini et le nombre appartenant aux lumières est infini)*

"Ce d'où est sorti l'être physique est sans nombre, infini, lueur inséparable de sa source, mais la lumière qui se revêts dans les lettres et les kelim de la sphère de Malkhout, elle, elle possède un nombre car elle est dissociée", p 1159-1160 *(en se matérialisant la lumière s'est dissociée de sa source et perdu sa puissance d'infini)*

Chap 6

"De même qu'Atsilout est un monde intermédiaire permettant **l'existence** des Mondes de Briah, Yetsira, Assya ,il est intermédiaire entre La Lumière Infinie divine et les Mondes afin de permettre le **dévoilement de La divinité** dans le Monde".

Chap 7

"Atsilout est le monde du **dévoilement** de la Lumière Infinie cachée alors que BriaH est **créée "à partir du néant"**... *(Lorsque l'être crée ne saisit pas sa Source, elle est pour lui néant)".*

"La différence de proportion entre les Mondes d'Atsilout et de BriaH est sans commune mesure à celle entre Atsilout et La Lumière Infinie *(pour la notion de mesure il cite alors la référence (1) ci-dessus de Rabi Shneour Zalman)*...Mais tout ce qui est créé dans les mondes les plus bas se trouve inclus dans Atsilout qui est aussi un monde"

*Nous savions par le texte du Tanya ci-dessus ref 2, que les infinis de BriaH (pensée) ,Yetsira (parole), Assya(action)sont ordonnés et inclus les uns dans les autres jusqu'à Atsilout qui les contient tous. Nous découvrons maintenant que **L'Infini d'Atsilout n'est rien par rapport à celui de La Lumière Infinie divine.***

Ceci est écrit explicitement: "Par contre on ne peut dire que le Monde d'Atsilout soit inclus dans La Lumière Infinie divine".(chap 7)

Il y a donc un Infini absolu (infini d'infinis, une infinitude de sphères chacune étant infinie) avant le Tsimtsoum puis des Infinités ordonnés de puissances décroissantes BriaH, YetSira ,Assya après le Tsimtsoum (appelés Mondes, vitalisés par dix sphères).

Cette conception est conforme à l'intuition de G.Cantor pour qui:

1- il existe entre l'Infini absolu de D. *(La Lumière Infinie divine d'avant le tsimtsoum)* et le fini *(kelim=réceptacles du monde de l'Action)* une échelle d'infinis (les transfinis **ℵ**) ordonnée.

2- "Si la Nature *(l'Ame)* humaine n'était pas elle-même infinie sous bien des rapports on ne saurait expliquer la conviction et la certitude *que nous avons* touchant l'être de **l'Absolu**". G A (Œuvres Complètes de Mathématiques et de philosophie) p 176

Compléments:

- 1) Pour se rendre compte de la profondeur et de la complexité de la pensée kabbaliste il faut rappeler que pour chacun des trois domaines : Divin, spirituel et matériel dont nous avons parlé, on distingue les lumières et les réceptacles (kelim), chacun ayant dix sphères de manifestation chacune étant infinie dans une direction. De plus il y a cinq niveaux d'âme pour les lumières, et pour les réceptacles ,intérieurité et extériorité et (plus que) quatre Mondes etc .

La souplesse de pensée nécessaire à l'étude se manifeste par exemple dans le fait que l'âme, qui est évidemment Lumière dans les Mondes Briah, Yetsira, Assya, est en fait "kli" réceptacle, dans le monde d'Atsilout. Cette relativité des concepts se traduit aussi dans le fait que le Temps du monde de Yetsira est contracté au point qu'il est raconté que le Ari ,s'étant assoupi Shabbat et rêvé un court instant, déclara qu'il lui faudrait 80 ans pour dévoiler les secrets de Tora qu'il avait vu lorsque son âme était montée dans Yetsira .La contraction du Temps s'accroît dans Briah et finit par être "ordre des événements" plus haut lorsque le Temps n'existe plus. Cette Relativité du Temps est celle de la physique d'Einstein (Sur l'Essence du Temps et autres concepts voir mon livre (en hébreu) "Yotser Or"= Il a formé la Lumière)

- 2) Ayant abordé le problème de la Paix cosmique en ref(3) entre l'Infini (divin, spirituel) et le fini (Monde, Matière) nous voulons terminer en apportant le texte de Rabi Shneur Zalman qui explique la relation à la matière sous un jour inconnu en Occident :

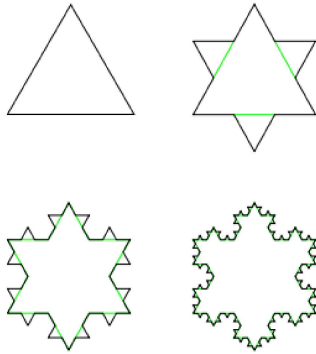
Igueret ha Kodech chap 20: "Lui est Un avec les lumières, Lui est Un dans les réceptacles des dix sphères" les dix sphères d'Atsilout sont la divinité alors qu'il n'en est pas ainsi des sphères de Briah, yetsira, Assya après le Tsimtsoum. **Ici Il faudrait comprendre comment se peut il que l'infini soit Un avec les Kelim (réceptacles) alors que les Kelim sont bornés? Cependant l'intention est que les kelim d'Atsilout sont divins en ce sens qu'ils ont la capacité de créer "à partir du néant" comme l'Infini, qu'aucune pensée ne peut saisir, et non pas seulement par "l'échelonnement de causalité" (Hila vé Aloul) des sphères car par échelonnement, même avec de multiples tsimtsum on ne pourrait jamais aboutir à la matière épaisse. En effet à partir de l'esprit (rouah) de la figure bovine du char divin (vu par Ezéchiel) l'échelonnement de la spiritualité ne donnerait que le rouah(esprit sensible) de la bête (pour créer le corps il faut D. lui-même qui crée "à partir du néant " d'où l'importance de la Matière).**

L'injection d'infini dans le fini (matière) est la mission des Ames (portion d'infini)

10) Structures Fractales

10.1) Les Fractales en Mathématiques

Depuis Benoit Mandelbrot (1974) on sait qu'une figure fractale est une structure invariante par changement d'échelle (c.à.d. par simple homothétie).



Par exemple le flocon de Von Koch est formé de 4 exemplaires répétés dont la taille a été réduite à chaque itération dans un facteur d'homothétie 3.

Plus simplement dit, une figure fractale est telle que **chacune de ses parties est identique au tout.**

Il y a autosimilarité.



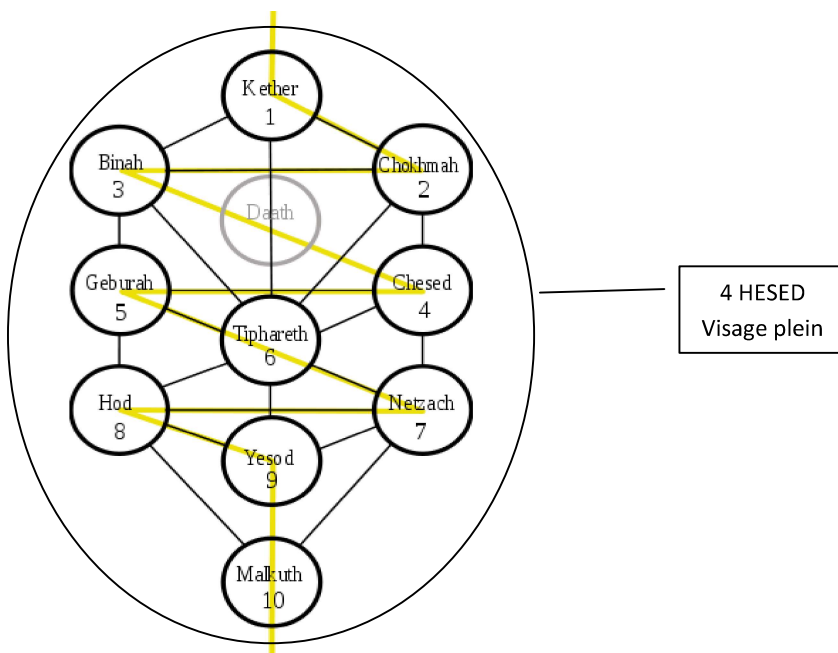
Cette magnifique fougère fractale a été créée par un algorithme basé sur un système de 4 transformations affines donnant la position des points à partir d'un point arbitraire.

Il est intéressant de constater que **c'est la Nature qui crée des fractales** (feuilles, arbres, roches, montagnes, côtes, nuages, poumons etc.) alors que les constructions artificielles de l'homme ont des dimensions non fractales.

Ce qui est stupéfiant c'est que depuis le Ari (1534-1572), Rabi Haim Luzzato(1707-1746), Les sept Rabi de la Hassidout et tout le judaïsme, tous parlent de ce que chaque Sphère individuelle atteint sa plénitude en "partsouf" =visage , lorsqu'elle inclus en elle la même structure primordiale de dix sphères.

Ainsi le passage du Tohou (désordre des tendances) au Tikoun (Réparation, équilibre) est le passage du **point** (contenant tout sans dimension) à la **Sphère** (où seule une des sphères s'exprime) et au "**visage**"=partsouf plein où toutes s'expriment de concert sous la direction de la Sphère maitresse. Ceci se répète pour chacune des dix Sphères créant ainsi une structure fractale qui peut être 10 fois 10 ou 7 fois 7. Comme le dit le Ari: "Chaque sphère est composée de dix sphères qui elles même en contiennent dix et ceci à l'infini"(Etz Haim chap 26).

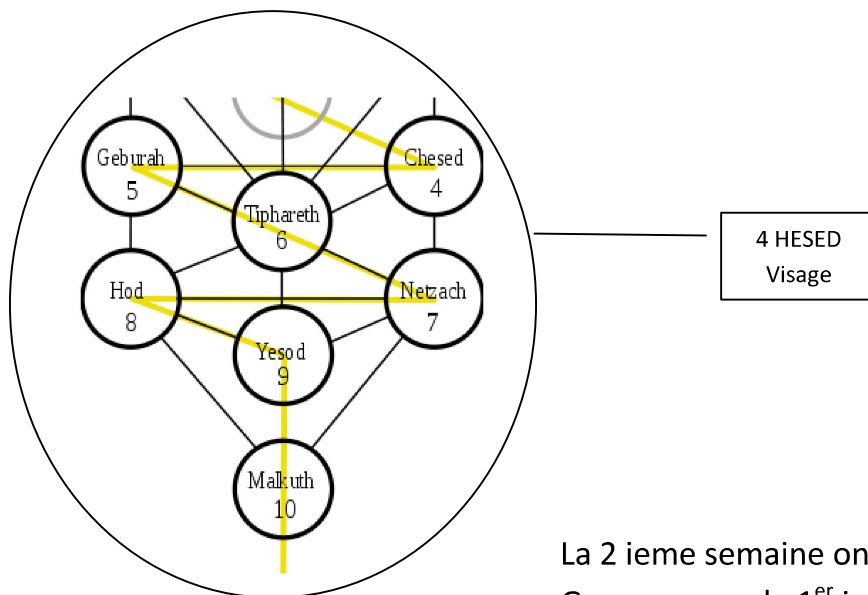
La figure ci-dessous est le partsouf=visage complet de la Sphère de hesed=bonté il représente les 10 combinaisons de Bonté: Bonne volonté (4-1), bonne Sagesse (4-2), bonne intelligence (4-3) ...bonne action(4-10)



Par exemple entre Pessah (Pâque) et Chavouot (don de la Tora) il est demandé à chacun de faire 7 semaines de tikoun (perfectionnement de l'Ame) où chaque jour de la semaine correspond à une des 7 mesures

On a donc $7 \cdot 7 = 49$ combinaisons: la première semaine étant celle de Hessed=Bonté ,on a Hessed de Hessed, Gevoura de Hessed, Tiferet de Hessed ..etc, jusqu'à Malkhout de Hessed .

La figure ci-dessous représente les 7 jours de la première semaine.



La 2 ieme semaine on travaille sur la Gevoura avec le 1^{er} jour:Hessed de Gevoura, puis Gevoura de Gevoura ,Tiferet de Gevoura etc jusqu'à Malkout de Gevoura (14 ieme jour),puis vient la semaine de Tiferet et ainsi de suite jusqu'à la semaine de Malkout .

Après le 49 ieme jour qui est Malkhout de Malkhout (fin du processus), ayant atteint la plénitude des 7 qualités de cœur, on peut recevoir la Tora. Ceci est pratiqué dans toutes les synagogues du monde depuis des millénaires sous le nom de "Compte de l'Omer".

Rabi Haim Luzzato écrit dans "Pitré Hokhma vé Daat":**"tout détail de la réalité est formé de dix et dix de dix et cela sans fin, ceci du fait de l'Unité et des relations fortes entre les parties de la réalité, car les sphères étant divines ne peuvent être séparées, aussi dans chaque partie se trouve la force du Tout"**.

Voir ci-dessous la figure fractale lorsque chaque sphère à son Partsouf



Comme on le voit c'est bien un fractal puisque la partie est identique au tout. Il y a autosimilarité, la même structure se répétant à différentes échelles.

Mais rappelons que cette définition est aussi celle de **l'Infini** en théorie des ensembles: un ensemble est infini "s'il existe une bijection entre lui et une de ses parties" et ici c'est bien le cas ...

Donc un Fractale est une manifestation de l'infini divin

c.à.d. que la Nature est fractale comme le disent le Ari, Rabi Haim Luzzato et l'a montré B.Mandelbrot. *(On sait aujourd'hui que l'Univers tout entier avec ses 70000 milliards de milliards d'étoiles a une structure fractale)*

Conclusion

La culture juive semble avoir bénéficié de révélations uniques, révélations qui l'ont portée à des niveaux de connaissances bien en avance sur leur époque (calendrier). Ces connaissances ont été codées et protégées par la langue hébraïque mais cette langue a été et est toujours en tant que langue symbolique, associative et non convergente, (surtout dans ses développements en Kabala et Hassidout) réservoir et source de vérités éternelles. A cela s'est ajoutée la recherche de la connaissance divine par nos Sages, recherche totalement désintéressée, quête qui s'étend sur des milliers d'années et a abouti à l'élaboration de concepts et de pensées profondes que nous avons à peine effleuré dans ce texte. La Mathématique étant une activité spirituelle ayant une écriture symbolique elle convient parfaitement au judaïsme mais nous avons voulu aussi appliquer cette démarche d'unification à la physique (plus concrète) dans un livre en Hébreu "Yotser Or", " Le concept de Lumière au front de la Science et dans les profondeurs de la Hassidout" .

yakovgug@zahav.net.il